

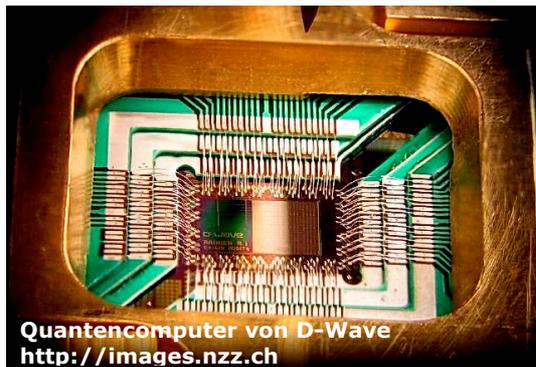
Mannschaftswettbewerb Informatik 2012

Primzahlen – Geheimnisse in der Mathematik

So wie das Higgs-Boson in der Physik als „Gottesteilchen“ bezeichnet wird, könnte man die Primzahlen der Mathematik als „Gotteszahlen“ bezeichnen. Der Grund liegt in ihren einzigartigen Eigenschaften und Beziehungen zueinander.

Das Mathematiker über Jahrhunderte hinweg sich mit Primzahlen beschäftigten, schlug sich im Volksglauben und der Zahlenmystik nieder. So wurden 7 und 13 zu Unglückszahlen. In den USA gibt es in Häusern oft den 13. Stock nicht. Die Sitzreihe 13 im Flugzeug oder die Zimmernummer 13 im Hotel sucht man oft ebenfalls vergeblich.

Die Erfolge der Wissenschaftler bei der Auseinandersetzung mit Primzahlen gipfeln allzu oft in Vermutungen. Nach Beweisen für Behauptungen such(t)en mache Wissenschaftler lebenslang.



Und tatsächlich haben Primzahlen für unser Leben eine nicht zu unterschätzende Bedeutung.

Die 7 liefert beispielsweise eine erhöhte Wahrscheinlichkeit bei Endlosbrüchen. Die Zahl π kann daher für praktische Berechnungen mit $\frac{22}{7}$ angenähert werden. In der Kryptographie nutzt

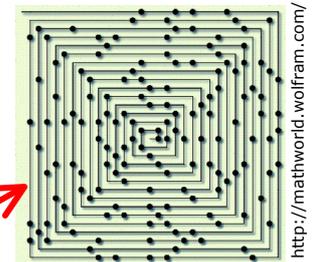
man die Möglichkeit sehr schnell große Primzahlen zu finden und zu multiplizieren. Es gibt aber keine effizienten Verfahren, um diese Zahlen wieder zu faktorisieren. Die Entschlüsselung ist daher zeitlich meist nicht sinnvoll. Auch die Physik zeigt im

subatomaren Bereich erstaunlich viele durch Primzahlen bestimmte Aussagen. Für Quantencomputer spielen die Primzahlen ebenfalls eine wesentlich Rolle (z.B. im Shor-Algorithmus).

Aufgabe

Aus der Vielzahl möglicher Betrachtungen mit und an Primzahlen sollen in einem Programm die folgende Veranschaulichungen zusammengestellt werden:

- Entwerfen Sie einen eigenen Primzahlgenerator (Algorithmus und Implementierung).
- Nutzen Sie den Generator, um eine Ulam-Spirale zu erzeugen. (siehe <http://www.mathematische-basteleien.de/primzahl.htm>)
- Suchen Sie Primzahlpaare (benachbarte Primzahlen), deren Differenz **möglichst groß** ist. Ermitteln Sie dazu in Ihrem Programm genau, wie viele Primzahlpaare es mit einer bestimmten Differenz gibt. Versuchen Sie eine grafische Veranschaulichung, bei der die Anzahl der Paare abhängig von ihrer Differenz sichtbar wird. (*größte Primzahl für diese Aufgabe: 10007*)



Beachten Sie:

- Präsentieren Sie Ihre Lösungsideen und Ansätze für eine geeignete Implementierung!
- Stellen Sie Algorithmen bzw. Quelltexte für wesentliche Abschnitte vor!
- Zeigen Sie ihr Programm und erläutern Sie die Ergebnisse.
- Für Ihrer Präsentation stehen Ihnen genau 10 Minuten zur Verfügung. Für die Bewertung zählt nur, was vorgestellt wurde!

→ Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgabe! ←

